

Chapitre 5 : Produit et quotient de nombres relatifs

1 Les règles

Définition 1.

Le produit de deux nombres relatifs **de même signe** est un nombre **positif**.

Le produit de deux nombres relatifs **de signes contraires** est un nombre **négatif**.

Règle.

Pour multiplier deux nombres relatifs, on **détermine le signe du résultat** et ensuite on multiplie les distances à zéro des deux nombres.

Exemples. de même signe

$$(+4) \times (+7) = +28$$

$$(-2,5) \times (-4) = +10$$

$$(-4) \times (-1) = +4$$

$$(-5) \times (-4) = +20$$

de signes contraires

$$(-5) \times (+3) = -15$$

$$(+4) \times (-2,4) = -9,6$$

$$(+4) \times (-1) = -4$$

$$(+2,5) \times (-5) = -12,5$$

Exercice 1 (chapitre 4). Calculer les produits suivants :

$$(-2,5) \times (+3) = -7,5$$

$$(-2,5) \times (-3,5) = +8,75$$

$$(-1,5) \times (-24) = +36$$

$$(+25) \times (-5) = -125$$

$$(-1,6) \times (-3,2) = +5,12$$

$$(-1,2) \times (+4,1) = -4,92$$

2 Propriétés de la multiplication

Propriété 1.

Un produit ne change pas quand on modifie l'ordre de ses facteurs.
Pour tout nombre relatifs a et tout nombre relatif b on a : $a \times b = b \times a$

Exemples.

$$\begin{aligned}(-5) \times (+3) &= -15 \text{ et } (+3) \times (-5) = -15 \\ (-7) \times (+9) &= -63 \text{ et } (+9) \times (-7) = -63 \\ (-2,5) \times (+3,7) \times (-4) &= (-2,5) \times (-4) \times (+3,7) = 10 \times 3,7 = 37\end{aligned}$$

Propriété 2.

Le produit d'un nombre relatif par 0 est nul.
Le produit d'un nombre relatif par 1 est égal à lui même.

Pour tout nombre relatifs a on a : $a \times 0 = 0 \times a = 0$ et $a \times 1 = 1 \times a = a$
Rappel : l'opposé du nombre relatif (-5) est égal à $(+5)$. On a $(-5) + (+5) = 0$

Propriété 3.

Le produit d'un nombre relatif par -1 est égal à son opposé.

Pour tout nombre relatifs a on a : $a \times (-1) = (-1) \times a = -a$, $(-a)$ est bien l'opposé de a on vérifie que $a + (-a) = a - a = 0$

Attention : si $a = -7$ alors l'opposé de a est $-a = -(-7) = -1 \times (-7) = +7$

Exemples.

$$7 \times (-1) = -7 \qquad (-1) \times (-9) = +9 \qquad 5 \times (-1) = -5 \qquad (-1) \times (-67) = +67$$

3 Produit de plusieurs nombres relatifs

Sans la calculatrice, calculer les expressions suivantes :

$$A = (-4) \times (+2) \times (-5)$$

$$A = +4 \times 2 \times 5$$

$$A = +8 \times 5$$

$$A = +40$$

$$B = (-4) \times (+3) \times (-2) \times (-2,5) \times (+4)$$

$$B = -4 \times 3 \times 2 \times 2,5 \times 4$$

$$B = -12 \times 5 \times 4$$

$$B = -240$$

Propriété 4 (Le signe d'un produit de plusieurs facteurs.).

Un produit de plusieurs nombres relatifs est **positif** si le nombre de facteurs négatifs est **PAIR**

Un produit de plusieurs nombres relatifs est **négatif** si le nombre de facteurs négatifs est **IMPAIR**

Calculer les 4 expressions suivantes (sans calculatrice bien sûr).

$$C = -25 \times (-3,64) \times (+4)$$

$$C = +25 \times 3,64 \times 4$$

$$C = +25 \times 4 \times 3,64$$

$$C = 100 \times 3,64$$

$$C = 364$$

multiplier par 100 revient à décaler la virgule de 2 rangs vers la droite

$$D = -125 \times (-30,71) \times (-8)$$

$$D = -125 \times 30,71 \times 8$$

$$D = -125 \times 8 \times 30,71$$

$$D = -1000 \times 30,71$$

$$D = -30710$$

multiplier par 1000 revient à décaler la virgule de 3 rangs vers la droite

$$E = -2 \times 25 \times (-5) \times (-4) \times (-9)$$

$$E = +2 \times 25 \times 5 \times 4 \times 9$$

$$E = +2 \times 5 \times 25 \times 4 \times 9$$

$$E = +10 \times 100 \times 9$$

$$E = +9000$$

$$F = -5 \times (-1,25) \times (-3) \times 20 \times (-8)$$

$$F = +5 \times 1,25 \times 3 \times 20 \times 8$$

$$F = +5 \times 20 \times 3 \times 8 \times 1,25$$

$$F = +100 \times 3 \times 10$$

$$F = +3000$$

4 Quotient de deux nombres relatifs

Compléter les lignes suivantes :

$$7 \times 8 = 56, \text{ on dit que } 8 \text{ est le quotient de } 56 \text{ par } 7, \text{ on a } \frac{56}{7} = 8.$$

$$9 \times (-6) = -54, \text{ on dit que } -6 \text{ est le quotient de } -54 \text{ par } 9, \text{ on a } \frac{-54}{9} = -6.$$

Définition 2.

Soient a et b deux nombres relatifs avec b non nul. Le quotient de a par b est le nombre qui multiplié par b donne a . On le note $\frac{a}{b}$

Exemple. Calculer, sans calculatrice, les quotients suivants :

$$\frac{-45}{5} = -9$$

$$\frac{-72}{-8} = +9 = 9$$

$$\frac{39}{-13} = -3$$

$$\frac{-42}{-7} = +6 = 6$$

Définition 3.

Le quotient de deux nombres relatifs **de même signe** est un nombre **positif**.
Le quotient de deux nombres relatifs **de signes contraires** est un nombre **négatif**.

Règle.

Pour diviser deux nombres relatifs, on **détermine le signe du résultat** et on **divise les distances à zéro des deux nombres**.